ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

EXTRAIT

Propriété générale des systèmes élastiques soumis à impulsion transitoire

Sur les extrêmes de la pression dans un fluide incompressible

Notes de M. MAURICE BIOT

LOUVAIN
Secrétariat de la Société Scientifique
2, RUE DU MANÈGE, 2
Chèques postaux 202746

PARIS
Les Presses Universitaires de France
49, BOULEVARD S[t] MICHEL, 49
Compte chèques postaux 392-33

1932

SUR LES EXTRÊMES DE LA PRESSION DANS UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE

Note de M. MAURICE BIOT
Fellow C. R. B. Educational Foundation, California Institute of Technology

Les équations du mouvement d'un tel fluide s'écrivent

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\mu\,\Delta u\,,$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}=\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)-\mu\,\Delta v\,,$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z}=\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)-\mu\,\Delta w,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0\,.$$

Formons le Laplacien de la pression

$$-\Delta p=\rho\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

---

(1) Effectuée sur le conseil du Prof. Th. von Kàrmàn « California Institute of Technology », Pasadena, U. S. A.

$$+\rho\frac{\partial}{\partial y}\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)$$
$$+\rho\frac{\partial}{\partial z}\left(u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$
$$=\rho\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2+2\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x}+2\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial z}+2\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x}\right].$$

Notons que

$$\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x}=\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]^2-\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]^2.$$

Il vient donc, en appelant e_{ij} les vitesses de déformation et Ω le tourbillon,

$$\Delta p=\rho\left[2\,\Omega^2-\sum_{ij}e_{ij}^2\right].$$

L'intérêt de cette équation provient de ce que la viscosité en est éliminée ainsi que les dérivées secondes des vitesses.

A l'endroit d'un maximum de pression Δp est négatif, ce qui implique l'existence d'une déformation.

A l'endroit d'un minimum de pression Δp est positif, ce qui implique l'existence d'un tourbillon.

Ceci n'est applicable qu'au sein du fluide et ne vaut plus sur les parois.

On peut aussi conclure qu'une cavitation ne peut prendre naissance au sein d'un fluide qu'au voisinage d'une paroi ou en un endroit où le tourbillon est suffisamment intense.

Louvain. — Imprimerie « Établissements F. Ceuterick », rue Vital Decoster, 66.