

M. BIOT

Quelques acquisitions scientifiques récentes de l'hydraulique

Extrait du 4^e Bulletin Technique de 1932
de l'Union des Ingénieurs sortis des Ecoles spéciales
de Louvain.

BRUXELLES

Imprimé par Robert LOUIS

17-19, rue Doreux

Quelques acquisitions scientifiques récentes de l'hydraulique

La science actuelle de l'Hydraulique, telle qu'elle est connue de la majorité des techniciens, est en grande partie basée sur les travaux de l'Ecole française du siècle dernier, dont Borda compte parmi les principaux représentants.

Bien que les propriétés de l'écoulement des fluides aient attiré l'attention d'un grand nombre de physico-mathématiciens, les nombreux travaux théoriques publiés à ce sujet restèrent quasi inconnus des techniciens de l'hydraulique. On en trouve la raison dans la différence considérable qui existait entre les phénomènes étudiés par les physiciens et ceux qui intéressaient l'art de l'ingénieur. La difficulté de l'analyse mathématique de ces derniers découragea longtemps les efforts de l'hydrodynamique, maintenant ainsi une barrière qui semblait insurmontable entre la théorie et les applications techniques.

Récemment, cependant, une analyse expérimentale poussée et l'introduction de la mécanique statistique dans l'étude de l'écoulement turbulent, ont donné naissance à un ensemble de principes qui, déjà, donnent à l'hydraulique une base scientifique beaucoup plus solide et permettent l'espoir d'obtenir, d'ici peu, une précision considérablement accrue dans des calculs qui, jusqu'ici, ne prévoient les phénomènes qu'avec une approximation souvent très grossière.

Mais avant d'entreprendre la description de quelques-uns de ces résultats, rappelons certaines notions fondamentales très anciennes mais dont la signification est souvent mal comprise.

Considérons l'écoulement d'une fluide dans une conduite cylindrique, à une distance suffisante de l'entrée pour que le régime soit complètement établi. L'expérience nous apprend que la pression décroît proportionnellement à la distance; il existe une perte

de charge constante qui correspond à la perte d'énergie due au « frottement » du fluide le long des parois. Ce frottement, force tangentielle τ par unité de surface de la paroi, la vitesse moyenne v et la masse spécifique ρ du fluide permettent de définir une grandeur sans dimension « c » dite coefficient de frottement, par l'intermédiaire de l'équation :

$$\tau = \frac{c}{2} \frac{\rho v^2}{2}$$

La chute de pression sur une longueur « l » s'exprime dès lors

$$p_1 - p_2 = c \frac{\rho v^2}{2} \frac{P}{2S} l$$

où S est la section droite du tube et P le périmètre. Le rapport $r = \frac{2S}{P}$ est une longueur que nous appellerons rayon hydraulique (*); elle se réduit au rayon géométrique, dans le cas d'une conduite circulaire

$$p_1 - p_2 = c \frac{\rho v^2}{2} \frac{l}{r}$$

Le coefficient c n'a, à première vue, que l'avantage théorique d'être sans dimension. Des considérations mathématiques plus poussées ainsi que l'expérience ont montré que ce coefficient ne présente en général que des variations lentes lorsqu'on change la nature du fluide et la vitesse, et qu'il est fonction en particulier d'une autre variable sans dimension $R = \frac{v r \rho}{\mu}$ appelée *nombre de Reynolds*. On désigne par r une longueur caractéristique de la section droite de la conduite, par exemple le rayon hydraulique, et par μ le coefficient de viscosité du fluide. On peut montrer que dans certains cas comme celui d'un tube pratiquement lisse dont la forme de la section droite est donnée, c est uniquement fonction de R . Nous allons considérer tout d'abord ce cas et nous supposerons que la conduite est circulaire de rayon intérieur r .

Afin de fixer les idées, évaluons le nombre de Reynolds correspondant à une conduite d'eau à la température ordinaire où

$$v = 1000 \text{ cm./sec.}$$

$$r = 30 \text{ cm.}$$

(*) On désigne souvent sous le nom de rayon hydraulique la moitié de cette grandeur, à savoir S/P .

Pour l'eau à la température ordinaire, on a approximativement

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \approx \frac{1}{100}$$

$$\text{d'où } R = \frac{v r}{\nu} = 3.000.000$$

Pour l'air, dans les mêmes conditions

$$\nu \approx \frac{1}{7}$$

$$\text{d'où } R = \frac{v r}{\nu} = 210.000$$

Remarquons aussi que pour un gaz μ est proportionnel à la racine carrée de la température absolue :

$$\mu \propto \sqrt{T}$$

CONDUITE LISSE CYLINDRIQUE ET CIRCULAIRE

a) *Données expérimentales.*

Il suffit, dans ce cas, d'étudier la forme de la fonction $c = f(R)$

où $l = \frac{v r}{\nu}$ et r est le rayon hydraulique confondu dans le cas d'une conduite circulaire avec le rayon géométrique. L'expérience a montré depuis longtemps (1) (2) (*) que pour des valeurs suffisamment faibles de R nous avons affaire au régime d'écoulement dit de *Poiseuille* ou *laminaire* caractérisé par l'absence complète de turbulence. Les filets fluides sont rigoureusement

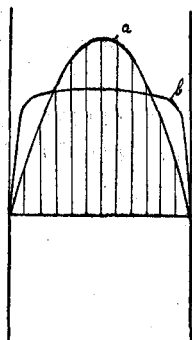


Fig. 1.

* Ces chiffres entre parenthèses renvoient à la Bibliographie annexée au présent article. Il en sera ainsi pour tous les chiffres qu'on trouvera dans la suite.

droits et parallèles. Tel est par exemple le cas pour l'écoulement de l'eau dans un tube capillaire ou celui de l'huile à faible vitesse. La loi de répartition des vitesses dans la section droite de la conduite est parabolique (courbe « a », fig. 1). Ce régime se calcule facilement et les résultats concordent parfaitement avec les mesures (3). Le coefficient de frottement a pour valeur $c = \frac{16}{R}$. La chute de pression est proportionnelle à la vitesse et non pas à son carré. Ce fait caractérise le régime laminaire. Si maintenant nous augmentons la valeur de R , nous passons par une valeur critique de ce dernier pour laquelle le phénomène change complètement d'allure (4). A partir de ce moment, le coefficient c augmente brusquement de valeur pour suivre ensuite une loi de décroissance moins rapide que celle de Poiseuille (fig. 2). La

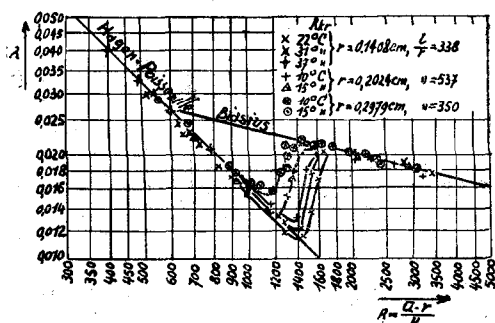


Fig. 2.

valeur critique de transition varie assez fort suivant l'état de turbulence initiale du fluide. Rappelons que nous supposons les parois lisses; si celles-ci sont rugueuses, la valeur critique de R en est fortement influencée. Pratiquement, cette valeur est comprise entre 1.000 et 20.000. Si l'entrée est arrondie en forme de pavillon, le nombre critique sera par exemple 2.000; sans cette précaution spéciale à l'entrée, il est d'environ 5.000. Ekman, en opérant avec un fluide soustrait aux vibrations et laissé en repos pendant plusieurs jours, obtint la valeur 2.200. Il semble toutefois résulter des expériences que 2.000 est une valeur critique fréquente de R . La résistance au delà du point de transition, est donnée par la loi

$$\text{empirique fameuse de Blasius (3): } c = \frac{0,133}{R^{1/4}}$$

Suivant les expériences récentes de Nikuradse (Gottingen) (5) et Schiller (Leipzig) (6), cette formule vaut jusque dans la région

$R = 100.000$. Schiller donne la formule empirique valable entre les limites $R = 10.000$ et 950.000 .

$$c = 0,00270 + \frac{0,161}{R^{0,3}}$$

Tout ce que nous venons de dire suppose le régime établi et c'est à pareil régime que se rapporte le coefficient c . Les expériences de Schiller ont montré de plus que la perte de charge par unité de longueur varie très appréciablement le long de la conduite. Elle décroît de plusieurs pour cents depuis l'entrée jusqu'à une distance égale à 200 fois le rayon. A partir de cette distance, c est pratiquement indépendant des conditions d'entrée (6). Plus la turbulence est intense à l'entrée, plus rapide est la mise en régime. C'est ainsi par exemple que, si le contour d'entrée n'est pas profilé et présente une arête plus ou moins aiguë, l'écoulement est déjà indépendant des conditions d'entrée à une distance de 100 fois le rayon. Si avant l'entrée, le fluide présente une turbulence bien caractérisée, la distance de mise en régime est encore plus courte. Les plus récentes mesures de Nikuradse (5) (1932), d'une remarquable précision, poussent l'investigation jusqu'à une valeur de $R = 3.300.000$; elles confirment brillamment les vues théoriques modernes sur l'écoulement turbulent.

Le passage de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent ne se manifeste pas seulement par le changement brusque dans la loi de résistance, mais aussi dans la forme du profil de la répartition des vitesses dans la section droite. Tant que la valeur de R est au-dessous du niveau critique et que l'écoulement est laminaire, la surface des vitesses est un paraboloïde de révolution. Dans un plan méridien de la conduite, la vitesse est nulle sur la paroi, puis croît suivant une loi parabolique pour passer par un maximum au centre (courbe a fig. 1). C'est ainsi que se fait la répartition des vitesses dans un tube capillaire. Au delà de la valeur critique, les choses changent complètement d'aspect. Tout d'abord, la vitesse du fluide n'est pas constante en un point déterminé. Elle présente des fluctuations très rapides dont la période moyenne peut être de l'ordre de $1/50$ sec. Nous parlerons donc de la vitesse moyenne du fluide en chaque point de la section droite, étant entendu qu'on doit lui superposer une fluctuation pour obtenir la vitesse réelle. La loi de répartition des vitesses moyennes n'a plus du tout l'allure parabolique du cas précédent. La courbe présente un maximum très

aplatis et une variation rapide au voisinage des parois (courbe *b* fig. 1).

Une autre caractéristique du régime turbulent est l'intermélange des éléments fluides. Ceci se montre par l'expérience connue déjà d'Osborne Reynolds (4) (1883). Considérons une conduite transparente où s'écoule de l'eau. Le mouvement du fluide peut être rendu visible en y injectant plusieurs bandes colorées. Lorsque la vitesse du fluide est faible, nous apercevons des bandes colorées rectilignes parallèles à l'axe de la conduite. Ce cas correspond à l'écoulement laminaire. Si nous augmentons la vitesse du fluide jusqu'à une valeur critique, le mouvement régulier décelé par les bandes disparaît pour faire place à un phénomène beaucoup plus complexe. Nous apercevons d'abord des fluctuations irrégulières des bandes, qui se transforment à une distance suffisante en un nuage coloré, témoin d'un intermélange parfait du fluide. Cet intermélange caractérise la turbulence.

b) Considérations théoriques.

Nous avons passé en revue les faits d'expérience les plus typiques concernant la turbulence, en nous référant spécialement à l'écoulement dans une conduite circulaire. Les propriétés de la turbulence et du régime critique se révèlent dans une foule d'autres phénomènes et présentent les mêmes caractères que ceux qui viennent d'être indiqués. Demandons-nous quelle peut bien en être la raison. Pourquoi l'écoulement change-t-il complètement de nature au-dessus d'une valeur critique du nombre de Reynolds?

On peut se demander si le régime laminaire est une solution des équations du mouvement d'un fluide visqueux pour toutes les valeurs du nombre de Reynolds et s'il n'existe pas une limite au delà de laquelle pareille solution devient inexistante ou complexe.

Tel n'est pas le cas; le régime laminaire satisfait aux équations de Navier-Stokes pour toute valeur du nombre de Reynolds.

La cause du régime turbulent ne peut donc résider que dans l'instabilité du régime laminaire au delà d'une valeur critique de *R*. Nous disons qu'un régime d'écoulement est instable, si une perturbation quelconque, par exemple un tourbillon local ou une sinuosité des lignes de courant a une tendance à s'amplifier et détruire le régime précédent. L'écoulement est stable si toute perturbation s'amortit. La limite de stabilité peut se calculer en fonc-

tion de la longueur d'onde. C'est pourquoi la nature des perturbations d'amont a une influence sur le point de transition d'un régime à l'autre.

Si le traitement mathématique de l'écoulement laminaire présente déjà, dans la plupart des cas, des difficultés considérables, le régime turbulent défie par sa complication toute analyse exacte. Il existe heureusement une autre méthode de représentation du phénomène, dont l'idée est due à Prandtl (7) et qui consiste dans l'application des principes de la mécanique statistique.

On sait que, dans un gaz par exemple, les molécules obéissent à des lois relativement simples; toutefois leur nombre est tel qu'il est absolument impossible de prévoir l'état du gaz par le calcul de leurs mouvements individuels. La mécanique statistique remplace l'étude du mouvement individuel par celui du mouvement moyen, en introduisant par exemple la notion de viscosité; celle-ci est elle-même basée sur la notion de vitesse moyenne et libre parcours moyen des molécules. Prandtl suppose que, dans un fluide en régime turbulent, les éléments fluides soumis à une agitation incessante, jouent le même rôle que les molécules d'un gaz. Toutefois, dans le cas de la turbulence, le libre parcours moyen est variable d'un point à l'autre ainsi que les fluctuations. Prandtl suppose que ces fluctuations de vitesse sont proportionnelles au gradient des vitesses moyennes pour un écoulement par filets parallèles. Il obtient ainsi pour valeur du frottement interne du fluide dû à la turbulence :

$$\tau = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \frac{d\bar{u}}{dy}$$

où « $\bar{u}$ » désigne la vitesse moyenne et « l » le libre parcours moyen.

Von Karman, partant des conditions de similitude de la turbulence et s'aidant des équations de l'hydrodynamique, obtint la même formule et, de plus, une expression pour le libre parcours moyen,

$$l = k \frac{\left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right|}{\frac{d\bar{u}}{dy}}$$

Cette formule montre, comme on pouvait d'ailleurs le prévoir, que le libre parcours moyen au voisinage d'une paroi augmente proportionnellement à la distance. Partant de ces considérations,

von Karman (8) (1930) réussit à établir pour la première fois par la théorie, la valeur du coefficient de friction d'un fluide en écoulement turbulent par une formule légitime pour tout nombre de Reynolds au-dessus de la valeur critique. La loi de friction ainsi déduite pour une conduite circulaire vient d'être brillamment confirmée par les expériences de Nikuradse. La formule de Karman, légèrement modifiée par Nikuradse (5), définit implicitement $\lambda = 2 c$ en fonction de R ; elle s'écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A + B \log (R \sqrt{\lambda})$$

A et B sont des coefficients à déterminer expérimentalement. La figure 3 donne les valeurs mesurées de $\log (1.000 \lambda)$ en fonction de $\log R$. On voit combien les points mesurés expérimentale-

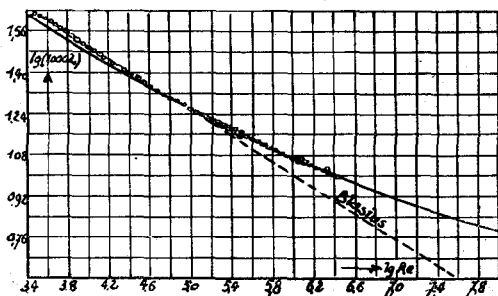


Fig. 3.

ment recouvrent la courbe théorique en trait plein correspondant à la formule de Karman. La courbe en pointillé correspond à la formule de Blasius.

Afin d'éviter un exposé trop général, nous nous sommes limité jusqu'ici à une conduite circulaire pratiquement lisse. Comment varie la perte de charge avec la forme de la section droite et la rugosité?

INFLUENCE DE LA RUGOSITE DES PAROIS

Les considérations théoriques qui précèdent permettent d'expliquer et de prévoir l'influence de la rugosité. Lorsque la paroi est lisse, on peut distinguer trois régions dans le fluide :

a) Une zone immédiatement en contact avec la paroi; c'est une couche de fluide excessivement mince (de l'ordre d'une fraction de millimètre) où la vitesse nulle sur la paroi croît très rapidement dans une direction normale à celle-ci. L'écoulement y est lami-

naire. Le frottement interne y est dû uniquement à la viscosité, et, par conséquent, la vitesse croît linéairement en fonction de la distance à la paroi.

b) Dans la zone suivante, l'écoulement devient turbulent, l'influence de la paroi se fait sentir en ce que la dimension des éléments turbulents où le libre parcours croît comme la distance à la paroi. On peut en déduire la loi de variation de la friction turbulente τ et, par conséquent, calculer le profil des vitesses dans cette région.

c) Il existe enfin une troisième zone au voisinage du centre où l'influence de chacune des deux parois se fait également sentir. Le libre parcours moyen passe par un maximum et la vitesse y est sensiblement la même en tout point.

Considérons maintenant au lieu d'une paroi lisse une paroi rugueuse, c'est-à-dire présentant des sinuosités de hauteur moyenne h . Supposons que h augmente lentement à partir de zéro. La zone (a) du fluide va se trouver modifiée. Toutefois, tant que h n'atteint pas une valeur proche de l'épaisseur de cette couche, le régime y restera laminaire. Ceci veut dire qu'il existe une valeur critique de h au-dessous de laquelle la rugosité n'a pas sensiblement d'influence sur la perte de charge. Dans ce cas, la paroi agit pratiquement comme une surface parfaitement lisse et l'écoulement est indépendant de la nature de cette paroi. Si maintenant la hauteur h dépasse la profondeur de la couche laminaire (a), celle-ci est détruite et le régime turbulent prend naissance. La région (b) est alors en contact avec la paroi sans l'intermédiaire d'aucune zone lubrifiante (a). Déjà au contact de la paroi, il existe un libre parcours moyen l proportionnel à h . Le frottement à la paroi est augmenté, car le coefficient de friction turbulente est supérieur au coefficient de viscosité. Le profil des vitesses est sensiblement celui

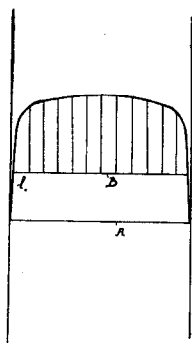


Fig. 4.

qu'on obtiendrait en partant de l'écoulement avec paroi lisse (fig. 4) et en transportant la ligne de base des vitesses de A en B au niveau correspondant au libre parcours moyen l_0 . Le diamètre étant sensiblement le même, ceci montre de combien le débit est réduit à égalité de chute de pression.

Au point de vue expérimental, les résultats ne sont pas encore complets. Les mesures effectuées par Fromm (9) et Nikuradse (10) (11) confirment la théorie de Karman; celle-ci prévoit qu'à partir d'un nombre de Reynolds suffisamment grand par rapport à la rugosité relative, le coefficient c devient constant et la loi de résistance quadratique est rigoureusement vérifiée. Ceci provient de ce qu'il existe une valeur de R pour laquelle la couche à régime laminaire est détruite par la rugosité; à partir de ce moment, le libre parcours moyen le long de la paroi reste constant. Si nous désignons par $k = \frac{h}{r}$ la rugosité relative rapportée au rayon et ψ le coefficient de frottement rapporté à la vitesse maximum dans la conduite ($\tau = \psi \cdot \frac{\rho}{2} v_m^2$), Karman fournit pour la valeur constante de c , lorsque le régime susdit est atteint, la relation

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = A \log k + B$$

en bon accord avec les expériences de Nikuradse (10). Pour des rugosités variant de $k = 0,0060$ à $k = 0,060$, on peut considérer c comme indépendant du nombre de Reynolds à partir d'une valeur de celui-ci d'environ 50.000 (11). En introduisant les valeurs des constantes A et B qui résultent de ces mesures,

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = -1,64 \log k + 4,6$$

En ce qui concerne le coefficient de rugosité, il est à espérer que la mise au point actuellement en cours au California Institute of Technology d'un rugosimètre basé sur le dispositif de Couette, permette d'obtenir des chiffres plus précis en vue des applications pratiques.

CONDUITES NON CIRCULAIRES.

Nous n'avons envisagé ici qu'une conduite circulaire. Il va sans dire que les mêmes caractères se retrouvent pour toute autre section et que les phénomènes ne sont que qualitativement différents.

Les expériences les plus récentes à ce sujet sont à ma connaissance celles de Schiller (12) effectuées sur des conduites lisses. Le passage du régime laminaire au régime turbulent avait lieu au voisinage de $R = 1.000$. Les mesures furent effectuées sur des sections droites carrées, rectangulaires et ondulées. Pour le régime laminaire, on trouve des valeurs de c en très bon accord avec celles calculées par Boussinesq pour les sections rectangulaires. Par exemple pour la section carrée :

$$c = \frac{14.225}{R}$$

pour un rectangle de rapport de côtés 3,5 :

$$c = \frac{17.732}{R}$$

En régime turbulent, on obtient le résultat remarquable que la formule de Blasius est valable dans les mêmes conditions et avec la même constante que pour la conduite circulaire, établissant ainsi la légitimité du concept de « périmètre mouillé ». Bien que les expériences de Schiller n'aillent pas au delà de $R = 50.000$, il est probable que l'indépendance pratique de la perte de charge de la forme de la section droite, lorsque celle-ci ne s'écarte pas trop de la forme circulaire, s'étend à des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés et aussi à des conduites rugueuses.

La raison de ce fait réside dans la différence de distribution des vitesses en régime laminaire et turbulent. Dans ce dernier, la vitesse est, au voisinage de la paroi, déjà très proche de sa valeur maximum, et l'on conçoit que, dans ces conditions, le périmètre doit avoir l'influence prépondérante. En régime laminaire, par contre, la loi de distribution des vitesses est une surface que l'on obtiendrait en étendant un film de savon sur un contour identique à celui de la section droite et en soumettant une des faces à une légère pression, le film prend une forme bombée représentant la distribution des vitesses dans la section droite. On voit que, dans ces conditions, l'influence du périmètre mouillé n'a parfois pas grande importance ; si par exemple le contour est ondulé, celui-ci agit à peu près comme un contour de même rayon moyen.

APPLICATION A LA TRANSMISSION DE CHALEUR

On conçoit l'importance des notions précédentes pour la compréhension des problèmes de transmission de chaleur entre une paroi et un fluide en mouvement. En régime laminaire, lorsque la température est constante le long d'un filet fluide, le flux de chaleur est dû uniquement au gradient de température. Comme le coefficient de conductibilité thermique dans les cas pratiques est souvent très faible, la chaleur ainsi transmise l'est aussi.

En régime turbulent, la transmission de chaleur s'accomplit par convection. On a vu que la turbulence se caractérise par l'intermélange des éléments fluides; ceux qui sont venus s'échauffer au contact de la paroi sont transportés au sein du fluide par la turbulence transmettant ainsi la chaleur bien mieux que par la conductibilité thermique.

Ceci nous indique que le coefficient de transmission de chaleur dépend du nombre de Reynolds, et sa valeur présentera la même allure critique que le coefficient de résistance lorsqu'on passe par le point de transition. Ce résultat est confirmé par l'expérience (13). L'influence de la rugosité doit aussi être prépondérante, et l'on prévoit que celle-ci est favorable à la transmission de chaleur.

ÉCOULEMENT CONVERGENT ET DIVERGENT

L'effet néfaste au point de vue perte de charge de toute portion divergente dans une conduite est bien connu. A première vue, cependant, c'est un fait bien étrange que l'écoulement d'un fluide de viscosité aussi faible que l'eau, par exemple, ne soit pas réversible et qu'un écoulement convergent ne présente pas le même caractère que l'écoulement divergent. Cela tient au fait que la viscosité, si faible soit-elle, agit comme un relai et transforme intégralement, dans certaines conditions, le régime d'écoulement.

L'influence de la viscosité se fait sentir dans les régions du fluide voisines des parois, et désignées généralement sous le nom de couche limite. Le régime de cette couche limite peut être laminaire ou turbulent; dans ce dernier cas, à la viscosité habituelle se superpose la friction turbulente. Prenons par exemple le cas d'une conduite cylindrique où il existe, en régime turbulent, une région plus ou moins étendue où la vitesse est sensiblement la même partout. Cette vitesse tombe rapidement à zéro dans la région voisine des

parois que nous appelons couche limite. Remarquons que dans une conduite cylindrique aucun effet dynamique n'existe, l'inertie ne joue aucun rôle car le fluide y est en mouvement uniforme. Il n'en est pas de même dans un diffuseur. Dans l'écoulement divergent, en effet, le fluide ralentit et l'énergie critique perdue devrait normalement se transformer en pression. Nous allons voir que c'est précisément cet accroissement de pression qui empêche l'écoulement de garder son caractère régulier.

L'accroissement de pression d'amont en aval produit une décélération du fluide comme l'exige l'équation fondamentale de la mécanique. D'autre part, l'expérience montre que la pression reste sensiblement la même partout dans une section droite, de sorte que les vitesses ont tendance à diminuer proportionnellement au temps. Dans le centre de la veine, cette diminution n'a guère d'influence sur la régularité de l'écoulement. Par contre, dans la couche limite, la diminution constante de la vitesse finit par changer celle-ci de signe. A partir de ce point, il se produit un décollement; le fluide de la couche limite s'écoule en sens inverse de la veine centrale. Le processus de la perte d'énergie est donc la transformation incomplète de l'énergie cinétique en pression avec passage du résidu sous forme d'anneau tourbillonnaire, de turbulence et de chaleur. On peut encore expliquer le phénomène de décollement en disant que la friction sur la paroi y ralentit le fluide au point d'empêcher celui-ci d'y vaincre la contre-pression engendrée par la divergence.

Dans un convergent, ce décollement ne se produit pas. Dues à la chute de pression, les vitesses dans la section droite augmentent d'amont en aval, elles gardent toujours le même signe et la veine a une tendance à s'uniformiser. Ce fait est mis à profit dans les souffleries aérodynamiques, en vue d'obtenir une veine où la vitesse est uniformément répartie.

On peut éviter le décollement dans un divergent, en aspirant la couche limite par une ouverture annulaire dans la paroi, ou en la nourrissant par un jet d'air tangentiel ayant une vitesse au moins égale à celle de la veine centrale (14). L'aspiration de la couche limite peut être appliquée à de nombreux cas pratiques; en diminuant l'influence de la viscosité, elle permet de rapprocher l'écoulement celui d'un fluide parfait, ou en donnant aux conduites des formes plus avantageuses au point de vue constructif tout en main-

tenant un régime d'écoulement économique (raccourcissement d'un diffuseur). Elle augmente aussi le coefficient de transmission de chaleur, en maintenant dans le fluide, au contact d'une paroi chaude, un gradient de vitesse élevé.

ÉCOULEMENT DANS UNE CONDUITE COUDEE

On sait qu'une perte de charge supplémentaire résulte de la présence d'une courbe dans une conduite. Dans la pratique de l'hydraulique, il est fait usage d'une formule qui ne fait entrer en ligne de compte que la courbure. En réalité, le phénomène est très complexe et les expériences ne sont pas encore en nombre suffisant pour en établir une synthèse sûre. Notons toutefois les faits suivants. Comme on devait s'y attendre, la répartition des vitesses dans la section droite du coude n'est plus symétrique. Il semblerait à première vue que, par suite de la force centrifuge, la vitesse doive dans tous les cas être plus grande à l'extérieur de la courbe qu'à l'intérieur. Or, il résulte de la théorie et de l'expérience, que cette conception très répandue parmi les hydrauliciens, est complètement fausse.

Tout d'abord, un fluide parfait en écoulement laminaire, présenterait le minimum de vitesse à l'extérieur de la courbe; ceci dû au fait que la force centrifuge y augmente la pression et, par conséquent, y ralentit aussi le fluide. Il existe également une valeur critique du nombre de Reynolds pour lequel le régime devient turbulent. Cette valeur est plus faible que pour la conduite droite (15). Il est d'ailleurs normal que la force centrifuge augmente l'instabilité de l'écoulement. En régime turbulent, la position du maximum de vitesse dépend beaucoup de la forme du contour de la section droite. Si celle-ci est circulaire ou carrée, les éléments fluides les plus rapides sont effectivement rejetés à l'extérieur de la courbe, grâce à l'effet d'un écoulement dit secondaire. Cet écoulement secondaire consiste en un flux transversal le long des parois supérieure et inférieure qui transporte les éléments fluides à grande vitesse vers l'extérieur. Ceci revient à dire que l'écoulement présente un caractère tridimensionnel. En vue d'analyser l'écoulement bidimensionnel, Bedz et Wilcken à Göttingen (16) adoptèrent une section droite rectangulaire fortement allongée dans une direction perpendiculaire au plan de la courbe. Le même type de profil est adopté par Wattendorf, dans des expériences actuelle-

ment en cours au California Institute of Technology. Celles-ci montrent que, dans ce cas, la plus grande vitesse apparaît à l'extérieur de la courbe. De ce côté, en effet, l'instabilité de la couche limite est augmentée; il en résulte un accroissement du libre parcours moyen dans cette région, ce qui augmente la friction et ralentit le fluide. En d'autres mots, dans une conduite coudée, la notion de rayon hydraulique perd sa signification.

En réalité, ce que nous venons de dire se rapporte au régime d'écoulement dans une courbe de rayon constant à une distance suffisante de l'entrée pour que le régime soit devenu permanent. Lorsqu'un coude raccorde deux conduites rectilignes, le régime ne s'établit dans le coude qu'à une certaine distance de l'entrée; de même à la sortie, l'écoulement ne reprend pas immédiatement la forme correspondant à la conduite linéaire (15). D'après les travaux d'Hoffmann, cette influence se fait sentir jusqu'à une distance de 40 fois le diamètre de la conduite. Comme on voit, il n'est guère possible d'exprimer très exactement la perte de charge par une formule synthétique; on trouvera les résultats expérimentaux les plus récents dans le travail de Richter (15).

JETS ET INJECTEURS

Lorsqu'un jet de fluide est projeté dans un autre de même nature et primitivement immobile, celui-ci est partiellement entraîné par le jet. La répartition des vitesses autour du jet, le processus de l'intermélange et de la perte d'énergie sont autant de problèmes capitaux pour les applications techniques (injecteurs, tirage des locomotives, etc.). Leurs solutions qui complètent harmonieusement celle du problème du diffuseur, ne viennent d'être abordées que récemment par l'application de la notion de libre parcours moyen de Prandtl. Cette forme d'écoulement turbulent au sein d'un fluide à grande distance des parois, prend le nom de « turbulence libre ». La distribution des vitesses et l'épanouissement d'un

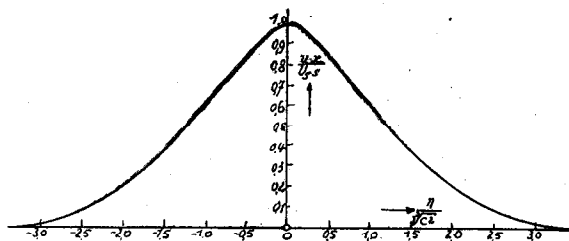


Fig. 5.

jet circulaire ont été calculés par Tollmien; les valeurs trouvées sont en remarquable accord avec les mesures effectuées à Göttingen. La région d'intermélange est un cône de révolution dont le sommet est situé à l'origine du jet. A une distance x du sommet, le rayon de ce cône est $r = -0,214 x$. Le profil des vitesses dans la section droite est donné par la figure 5. Cette figure montre la mauvaise répartition des vitesses dans un injecteur, au point de vue décollement de la couche limite dans le diffuseur et l'avantage probable d'une injection annulaire.

Ces nouveaux résultats, joints à ceux obtenus dans la théorie du diffuseur, doivent permettre le calcul beaucoup plus précis des injecteurs et autres dispositifs similaires. Il est à prévoir que des perfectionnements en résulteront d'ici peu.

M. BIOT.

BIBLIOGRAPHIE.

(1) Poiseuille, *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres*. Comptes-rendus, vol. II, pp. 961 et 1041, 1840.

(2) G. Hagen : *Über die bewegung des Wassers in engen zylindrischen Rohren*. Pogg. Ann. Bd. 46, p. 423, 1839.

(1) H. Blasius, *Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten*. Forsch.-Arb. Ing. Wes. N° 131, Berlin, 1913.

(1) O. Reynolds, *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels*. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1883. Scient. Papers vol. 2, p. 51.

(5) J. Nikuradse, *Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren*. Forsch.-Arb. Ing. Wes. N° 356, Berlin, 1932.

(6) L. Schiller, *Rohr widerstand bei hoher Reynoldszahlen*. Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete, Aachen, 1929, herausgegeben von A. Gilles, L. Hopf und Th. v. Karman (J. Springer, Berlin, 1930), p. 69.

(7) L. Prandtl, ZS. f. angew. Math. u. Mech. 5, 136. *Hydraulische Probleme* (Vorträge auf der Hydrauliktagung in Göttingen, 1925). Berlin, 1926, p. 1. Verh. 2 intern. Kongr. f. Techn. Mech., Zurich, 1926.

(8) Th. von Karman, *Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz*. Comptes-rendus du Troisième Congrès International de Mécanique Appliquée, vol. I, Stockholm, 1930.

(9) K. Fromm, *Strömungswiderstand in rauhen Rohren*. ZS. f. angew. Math. und Mech., Heft 5, 339, 1923.

(10) J. Nikuradse, *Widerstandsgesetz und Geschwindigkeit Verteilung von turbulenten Wasserströmungen in glatten und rauhen Rohren*. Comptes-rendus du Troisième Congrès International de Mécanique Appliquée, Stockholm, 1930.

(11) J. Nikuradse, *Strömungswiderstand in rauhen Rohren*. ZS. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 11, Heft 6, December 1931.

(12) L. Schiller, *Über den Stromungswiderstand von Rohren verschiedenen Querschnitts und Rauigkeitsgrades*. ZS. f. angew. Math. u. Mech. Heft 1, 1923.

(13) H. Kraussold, *Die warme übertragung bei zähen flüssigkeiten in Rohren*. Forsch-Arb. Ing. Wes. N^r 351, December 1931.

(14) J. Ackeret, *Grenzschichtabsaugung*. V. D. I. Bd. 70, N^r 35, Août 1926.

(15) H. Richter, *Der Druckverlust in gekrümmten glatten Rohrleitungen*. Forsch-Arb. Ing. Wes. N^r 338, Berlin, 1930.

(16) H. Wilcken, *Turbulente Grenzschichten am gewölbten Flächen*. Ing. Archiv Bd. I, Heft 4, 1930.